ارزیابی احتمال خرابی صفحات مستطیلی با شرایط تکیه گاهی متفاوت با استفاده یک روش طول گام دینامیکی متناهی *

بهروز کشته‌گر [۱]		صادق اعتدالی [۲]

چکیده *عملکرد صفحات مستطیلی به علت تصادفی بودن بارهای وارده، خواص مصالح، ابعاد و شرایط تکیه‌گاهی ممکن است تغییر کند. در این مقاله، احتمال خرابی صفحات فلزی مستطیلی نسبت به شرایط تکیه‌گاهی مختلف با استفاده از یک روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد بر اساس طول گام متناهی تحت تابع عملکرد جابجایی, ارزیابی شده است. متغیرهای تصادفی مانند مصالح، بار وارده و ابعاد صفحات به کمک توابع احتمال نرمال، لوگ-نرمال در تحلیل قابلیت اعتماد در نظر گرفته شده است. یک طول گام متناهی در روش پیشنهادی قابلیت اعتماد با استفاده از قاعده امتداد جستجوی Armijo توسعه داده شده که علاوه بر سادگی، کارایی و توانمندی بالایی را دارد. نتایج نشان می‌دهد که کاهش ابعاد صفحه موجب کاهش احتمال خرابی شده و صفحات با شرایط تکیه گاهی دو انتها آزاد نسبت به صفحات با شرایط مرزی گیردار احتمال خرابی بالاتری را نشان داده‌اند. حداقل ضخامت صفحات با شرایط تکیه‌گاهی ساده جهت عملکرد مطلوب بر اساس تحلیل قابلیت اعتماد در حدود ۳۰۰/(محیط صفحه)، نتیجه شده است.*

واژه‌های کلیدی روش طول کم متناهی، صفحات مستطیلی، شرایط مرزی مختلف، عدم قطعیت مدلسازی.

Evaluating the Failure Probability of Rectangular Plates with Different Boundary Conditions Using a Dynamical Finite-Step Length Method

B. Keshtegar		S. Etedali

Abstract *The performance of plates can be changed due to their uncertainties in applied loads, material properties, geometry and boundary conditions. In this paper, the failure probabilities of rectangular steel plates are evaluated using the displacement performance function using the first-order reliability method (FORM) – based on a novel finite-step length. The displacement limit state function of the isotropic plates for different boundary conditions is used for their reliability analysis based on the random variables such as material, plate dimensions and applied external load which have been simulated by use of Normal and Lognormal distribution functions. The finite-step length of FORM is developed based on Armijo line search that is simply computed and is improved the robustness and efficiency of FORM. The results demonstrate that by decreasing plate dimensions, the failure probabilities are decreased. The failure probabilities of plates with free boundary conditions are obtained to be more than the failure probabilities of plates with clamped boundary conditions. The minimum thicknesses of rectangular plates with simply supported conditions are found to be about (around plate)/300 to achieve a reliable performance.*

Key Words Finite-Step Length Method, Rectangular Plates, Different Boundary Conditions, Uncertainties.

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹٤/۹/۲۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۵/۱۰/۲۹ می‌باشد.

(۱) نویسندهٔ مسؤول، استادیار، دانشکدهٔ مهندسی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه زابل.		Email: bkeshtegar@uoz.ac.ir

(۲) استادیار، دانشکدهٔ مهندسی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی بیرجند.

مقدمه

صفحات از جمله کاربردی‌ترین اجزای سازه‌ای می‌باشد. در مهندسی شکل استفاده از صفحات بسیار متفاوت است به طوریکه عرشه انواع پل‌های کابلی، بتنی و فولادی را می‌توان به کمک آن‌ها ساخت و سقف‌های ساختمانی از قبیل: کامپوزیتی، دال، تیرچه و بلوک را پوشش داد. همچنین، جهت مقابله با بارهای محیطی جانبی می‌توان از سیستم دیوار برشی فولادی استفاده کرد. استفاده از صفحات در ساخت مخازن، بدنه ماشین آلات و همچنین اتصالات نیز کاربرد وسیعی دارد. انواع عدم قطعیت در تعیین عملکرد و ظرفیت بهره‌برداری صفحات وجود دارد که از آن جمله می‌توان؛ به عدم قطعیت (uncertainties) در بارهای وارده، خواص مصالح، شرایط مرزی، نحوه مدل‌سازی صفحات نام برد. ابن عدم قطعیت‌ها طی فرایندهای تحلیل، طراحی و بهربرداری ایجاد شوند. بطوریکه، ساده‌سازی مدل عددی، عدم تطابق ابعاد مدل تحلیلی با واقعی، خطاهای ناشی از تعریف پارامترهایی مانند کارایی سازه، زوال، تجربه مهندسین، مهارت کارگران، شرایط محیطی، ماهیت تصادفی بارهای وارده بر صفحات و مقاومت نهایی، می‌توانند منابع تولید عدم اطمینان‌ها در صفحات باشند.

تحلیل قابلیت اعتماد (Reliability analysis) بر اساس یک مدل احتمالاتی، این امکان را فراهم می‌کند تا بتوان در ارزیابی و کارایی یک سازه انواع عدم‌قطعیت را در نظر گرفت. روش‌های تحلیل قابلیت اعتماد متفاوتی جهت تعیین احتمال خرابی یک صفحه مورد استفاده قرار می‌گیرد که از آن جمله می‌توان به روش اولین مرتبه دومین ممان (First-order second moment) [1]، روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد (First-order reliability analysis) [2] و روش شبیه‌سازی مونت کارلو (Mont Carlo simulation) [3] نام برد. در مسائل پیچیده استفاده روش شبیه‌سازی مونت کارلو بسیار وقت‌گیر و زمان بر است [2,3]. اما روش‌های اولین مرتبه قابلیت اعتماد کاربرد وسیعی به علت سادگی و کارایی دارد [4,5]. هدف اساسی در روش قابلیت اعتماد مرتبه اول محاسبه شاخص قابلیت اعتماد می‌باشد [6,7]. عموماً، رویه تکرار هاسوفر–لیند و رکویتز–فسلر (HL-RF) کاربرد فراوانی در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها دارد [9 و ۸]. این رویه تکرار در توابع حالت حدی بسیار غیرخطی ممکن است همگرایی کندی و یا همراه با نوسان و اغتشاش داشته باشد [11-6 , 2]. با استفاده از یک تابع شایسته، رویه تکرار HL-RF توسط لیو و درکیریخیان بهبود یافته است اما این رویه در محاسبه طول گام برای توابع غیرخطی با چندین نقطه کمینه دچار واگرایی حل می‌گردد [11,12]. همگرایی الگوریتم HL-RF با استفاده از روش انتقال پایدار توسط یانگ بهبود بخشیده شد [13]. همچنین، گنگ و یا بر اساس رویه تکرار طول گام بزرگ، پایداری عددی رویه HL-RF را بهبود بخشیده‌اند [14]. روش انتقال پایدار [13] و نیز طول گام بزرگ [14] در مسائل بسیار غیرخطی به علت دست یابی به پایداری عددی، تعداد تکرار بالایی را نیاز دارند. اخیراً، منگ و همکاران [9] بر اساس بهبود امتداد جستجوی کارایی روش روش انتقال پایدار را ارتقای دادند. همچنین، کشته‌گر[5,11] بر اساس یک امتداد جستجوی مزدوج مغشوش بر اساس قاعده شیب پایداری حل روش انتقال پایدار و همچنین کارایی جهت افزایش در سرعت همگرایی را بهبود بخشید. روش طول گام بزرگ با استفاده از قانون Armijo توسط کشته‌گر[4] بر اساس یک امتداد جستجوی مزدوج محدود شده به منظور افزایش پایداری حل بهبود بخشیده شده است. کشته‌گر و میری بر اساس یک امتداد جستجوی مزدوج پایداری عددی روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد را بهبود بخشیده‌اند [۱۰و ۸, 2]. روش های ارائه شده اولین مرتبه قابلیت اعتماد بر مبنای امتداد جستجوی مزدوج [11, ۸, 5, 4 , 2] از کارایی و توانمندی بالایی برخوردار هستند اما، جهت دستیابی به پایداری عددی نیاز به محاسبات پیچیده دارند و بر مبنای یک رابطه تکرار ساده پایه گذاری نشده‌اند.

روش‌های امتداد جستجوی بر مبنای تندترین شیب مانند انتقال پایدار [9,13] و طول گام بزرگ [14] به صورت بسیار ساده رابطه‌سازی شده‌اند اما، در مسائل پیچیده ممکن است، نتایج ناپایداری را منجرب گردد [5,11]. از اینرو، در تحلیل قابلیت اعتماد مسائل پیچیده مهندسی به کمک روش‌های تکرار دو پارامتر کارایی و سادگی بسیار حائز اهمیت است.

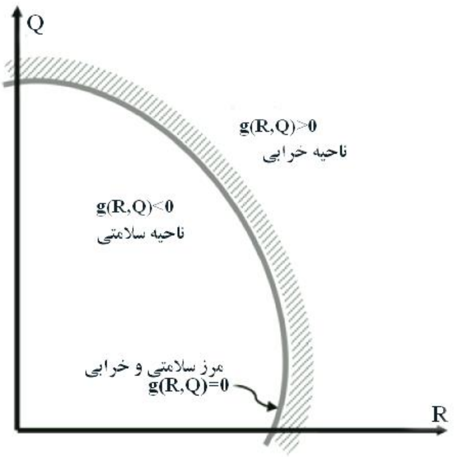
مسأله تحلیل صفحات با توجه به شرایط مرزی مختلف بر اساس تابع عملکرد جابجایی می‌تواند به عنوان یک مثال عددی کاربری در مسائل قابلیت اعتماد به شمار آید. ارزیابی تحلیل قابلیت اعتماد این صفحات وابسته به شرایط تکیه‌گاهی می‌باشد. از اینرو ضمن تعریف صحیح تابع حالت حدی، روش تحلیل قابلیت اعتماد ساده همراه با پایدار و کارایی حل حائز اهمیت است. در این مقاله, یک تابع حالت حدی بر مبنای عملکرد جابجایی صفحات مستطیلی با شرایط مرزی متفاوت بیان شده که ارزیابی احتمال خرابی آن با استفاده از یک روش تکرار اولین مرتبه قابلیت اعتماد مبتنی بر طول گام دینامیکی متناهی صورت پذیرفته است. روش طول گام دینامیکی متناهی علاوه بر سادگی می‌تواند پایداری عددی را با استفاده از قائده امتداد جستجوی Armijo و شرایط شیب تضمین کند. سپس، تحلیل حساسیتی از احتمال خرابی نسبت به سختی، بارهای وارده و نسبت ابعاد صفحه در شرایط مرزی مختلف انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که شرایط تکیه‌گاهی پارامتر مهمی در بهبود عملکرد صفحات مستطیلی از حیث سلامتی می‌باشد.

احتمال خرابی سازه

برای بیان احتمال خرابی یک عضو سازه‌ای، معمولاً از یک تابع حالت حدی به شرح زیر استفاده می‌شود:

$$g(R,Q)=R-Q \qquad (۱)$$

که در آن: R تابع مقامت و Q تابع بارهای وارده بر عضو می‌باشد. در معادله (۱) هر یک از دو تابع مقاومت (R) و بار (Q) متشکل از چند متغیر تصادفی با توابع توزیع احتمال متفاوت می‌باشند که به ماهیت ابعاد و نوع مصالح مورد استفاده صفحه بستگی دارند. مطابق با این معادله، همانطور که در شکل شماره (۱) نشان داده شده است، $R-Q=0$ مرز بین خرابی و سلامتی ساز، محدوده $R-Q>0$، خرابی سازه و $R-Q<0$، سلامتی سازه را بیان می‌کند [13].

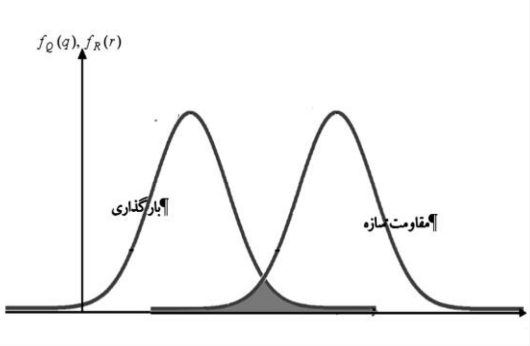


شکل ۱ نمایش شماتیک تابع حالت حدی و مرز خرابی

احتمال خرابی براساس مقدار همپوشانی تابع توزیع احتمال دو متغیر تصادفی مقاومت (R) و بار (Q) می‌تواند بدست آورید (شکل ۲). خرابی یک سازه هنگامی اتفاق می‌افتد که بارهای وارده از مقاومت سازه بیشتر باشد. از اینرو، مقدار همپوشانی توابع توزیع توام مقاومت و بار برابر خواهد بود با [2]:

$$P_f[Q>R]=\iint_{q-r>0} f_{Q,R}(q,r)dqdr \qquad (۲)$$

که در آن، P_f احتمال خرابی صفحه و $f_{Q,R}(q,r)$ تابع چگالی احتمال توام بار و مقاومت می‌باشد. روش‌های اولین مرتبه قابلیت اعتماد به دلیل سادگی و کارایی استفاده وسیعی جهت برآورد احتمال خرابی دارند.



شکل ۲ مقدار همپوشانی بار و مقاومت

در روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد، احتمال خرابی را می‌تواند بر اساس تابع حالت حدی $g(X)$ به صورت زیر تخمین نمود [4-6]:

$$P_f = P[g(X) \le 0] = \int_{g(X)\le 0} f_X(x)dX \approx \Phi(-\beta) = \Phi\left(-\|U^*\|\right) \quad (۳)$$

که در آن $f_X(x)$ تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی پایه X می‌باشد. β شاخص قابلیت اعتماد، Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و U^* نقطه حداکثر محتمل خرابی است. روش‌های اولین مرتبه تحلیل قابلیت اعتماد بر مبنای یک فرایند تکرار با هدف جستجوی نقطه حداکثر محتمل پایه گذاری شده‌اند [2,13].

روش طول گام دینامیکی متناهی

الگوریتم تکرار جهت جستجوی نقطه حداکثر محتمل متناسب با یک طول گام بزرگ به صورت بیان شده است:

$$U_{k+1} = \frac{g(U_k) - \nabla^T g(U_k)\, U_k}{\nabla^T g(U_k) a^{\lambda}_{k+1}} a^{\lambda}_{k+1} \quad (٤)$$

که در آن U_{k+1} مقدار جدید بردار طراحی در فضای نرمال استاندارد و a^{λ}_{k+1} بردار حساسیت ارائه شده که بر اساس طول گام متناهی دینامیکی به صورت زیر پیشنهاد شده است.

$$a^{\lambda}_{k+1} = \frac{U^{\lambda}_{k+1}}{\left\|U^{\lambda}_{k+1}\right\|} \quad (۵)$$

که در آن، U^{λ} بردار طراحی متناهی است که به صورت رابطه زیر تعریف می‌گردد:

$$U^{\lambda}_{k+1} = U_k - \lambda_k \nabla g(U_k) \quad (٦)$$

که در آن λ_k مقدار طول گام دینامیکی متناهی که درتحقیق حاضر پیشنهاد شده است، می‌باشد. اگر طول گام متناهی λ_k برابر با صفر محاسبه گردد آنگاه، نقطه جدید طراحی بر نقطه قبلی آن منطبق شده و یا به عبارتی الگوریتم همگرا به یک نقطه ثابت می‌شود. اگر طول گام متناهی بزرگ انتخاب گردد ($0 << \lambda$) آنگاه رویه تکرار رابطه (٤) منطبق بر رویه HL-RF می‌گردد. لذا، الگوریتم تکرار ارائه شده ممکن است مشکلات همگرایی مشابه با رویه HL-RF همچون همگرایی نوسانی و مغشوش، در مسائل غیرخطی داشته باشد. جهت اجتناب از انتخاب نامناسب طول گام متناهی (λ) مقدار اولیه این طول گام بر اساس قاعده Armijo انتخاب گردیده است. در مقاله حاضر، یک روش طول گام متناهی بر مبنای قاعده Armijo بسط داده شده به صورت زیر بسط داده شده است [15]:

$$g(U_k + \lambda_k d_k) - g(U_k) \le m\lambda_k \left\|\nabla g(U_k)\right\|^2 \quad (۷)$$

که در آن، d_k امتداد جستجو به صورت $d_k = U_k - U_{k-1}$ و m یک عدد طبیعی کوچک است. بر اساس قاعده Armijo در رابطه (۷) طول گام متناهی می تواند به صورت زیر تخمین گردد:

$$\lambda_k \ge \frac{g(U_k + \lambda_k d_k) - g(U_k)}{m\left\|\nabla g(U_k)\right\|^2} \quad (۸)$$

فرض می‌گردد که، طول گام متناهی در رابطه فوق از حداکثر طول گام که در اولین تکرار کمتر باشد. از اینرو، حداکثر طول گام با فرض، ناچیز بود تغییرات $g(U_k + \lambda_0 d_k) - g(U_k)$، m یک عدد مثبت کوچک و همچنین، طول گام مثبت می‌تواند مطابق با رابطه (۸) به صورت زیر بانویسی گردد:

$$\lambda_{max} \ge \frac{M}{\left\|\nabla g(U_{U=\mu})\right\|^2} \quad (۹)$$

که در آن، ضریب M یک عدد حقیقی مثبت و بزرگ می‌باشد. $\nabla g(U_{U=\mu})$ مقدار گرادیان تابع شرایط حدی در نقطه طراحی است. مقدار ضریب M را مراجع [4,5] عددی بین ۱ تا ۱۰۰ پیشنهاد نموده‌اند که در تحقیق حاضر برابر با ۱۵ در نظر گرفته شده است. از اینرو، مقدرا اولیه طول گام دینامیکی می تواند به صورت دینامیکی بر اساس رابطه زیر محاسبه گردد:

$$\lambda_0 = \frac{15}{\left\|\nabla g(U_{U=\mu})\right\|^2} \qquad (۱۰)$$

انتخاب طول گام مناسب موجب بهبود کارایی روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد می‌گردد. جهت بهبود توانمندی و همگرایی حل روش طول گام متناهی، طول گام دینامیکی ارائه شده در رابطه (۱۰) می تواند شرایط شیب در هر تکرار، تنظیم شود. لذا، فرض می‌گردد که طول گام ارائه شده، شرایط شیب را نیز برآورد نماید ($\left\|U_{k+1} - U_k\right\| < \left\|U_k - U_{k-1}\right\|$). لذا در هر تکرار مقدار طول گام بر اساس رابطه زیر به روز رسانی می‌گردد:

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_{k-1} & \text{if } \left\|U_{k+1} - U_k\right\| < \left\|U_k - U_{k-1}\right\| \\ 0.75\lambda_{k-1} & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (۱۱)$$

در رابطه فوق ضریب ۰/۷۵ برای تنظیم طول گام استفاده می‌گردد. این بدان معنا است که به ازای تعدادی محدود تکرار ممکن است طول گام برابر با صفر گردد. از اینرو، امتداد جستجوی جدید مطابق با رابطه ۵ و ٦ بر یکدیگر منتطق می‌گردند. مشخص است که، طول گام بر اساس اطلاعات نقطه شروع تکرار و نتایج حاصل از تکرارهای جدید و قبلی به صورت دینامیکی مطابق با روابط (۱۰) و (۱۱) قابل محاسبه است. لذا، این روش نسبت به روش‌های مبتنی بر امتداد جستجوی مزدوج [4,5,11] بسیار ساده‌تر فرمول‌بندی شده است. طول گام در روش پیشنهادی به صورت دینامیکی بسط داده شده اما، در روش مرجع [14]، طول گام به صورت یک عدد ثابت بین ۱۵ تا ۳۰ در نظر گرفته شده است.

مطابق با طول گام ارائه شده، آلگوریتم تکرار اولین مرتبه قابلیت اعتماد بر اساس چهار گام اساسی به صورت زیر قابل بیان است:

گام اول: تعریف تابع حالت حدی، خواص آماری متغیرهای تصادفی پایه، k=0، نقطه شروع تکرار $X_0 = \boldsymbol{\mu}$ و معیار همگرایی به صورت $\varepsilon = 10^{-6}$

گام دوم: انتقال متغیرهای تصادفی در فضای نرمال استاندارد مطابق با تبدیل روزنبلات $(u_k = \Phi^{-1}\{F_X(x_k)\})$.

گام سوم: جستجوی نقطه حداکثر محتمل مطابق با یک رویه تکرار متناهی به صورت:

۱- محاسبه گرادیان تابع حالت حدی در فضای نرمال استاندارد

۲- اگر $k = 0$، محاسبه طول گام حداکثر مطابق با رابطه (۱۰)

۳- محاسبه بردار طراحی متناهی (U^{λ}) با توجه به رابطه (٦)

٤- محاسبه α^{λ} بر اساس روابط (۵)

۵- محاسبه مقدار جدید بردار طراحی بر اساس رابطه (٤)

٦- به روز رسانی طول گام مطابق با رابطه (۱۱)

گام چهارم: کنترل هم‌گرایی رویه تکرار به صورت $\left\|U_{k+1} - U_k\right\| < \varepsilon$ در صورت برقرای، محاسبه احتمال خرابی ($P_f \approx \Phi(-\beta)$) بر اساس نقطه حداکثر محتمل ($\beta = \left\|U_{k+1}\right\|$) در غیر این صورت $k = k+1$ و ارجاء به گام دوم.

تابع عملکرد برای صفحات مستطیلی

یک صفحه مستطیلی مطابق با شکل (۳)، تحت بار گسترده q را در نظر گرفته می‌شود. معادله حاکم بر خمش صفحه به صورت رابطه زیر است [16-18]:

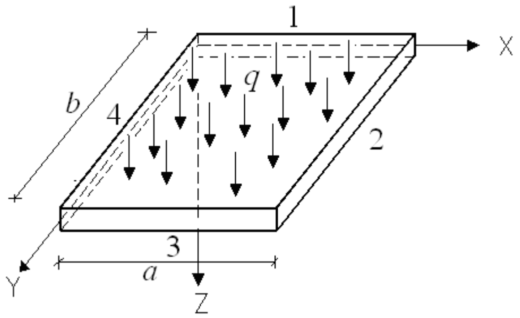
$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x \partial^2 y} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = q \qquad (۱۲)$$

در رابطه فوق w جابجایی درجهت z صفحه، q

بار خارجی و D سختی صفحه می‌باشد که به صورت رابطه زیر بیان می‌گردد:

$$D=\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \qquad (۱۳)$$

که E مدول الاستیسته، t ضخامت ورق و ν ضریب پواسون است.



شکل ۳ نمایش شماتیک صفحه مستطیلی با شرایط انتهایی ۱-۲-۳-٤

حل ورق با شرایط مرزی ساده بر اساس روش‌های مختلفی صورت می‌گیرد که از آن جمله می‌توان، به روش‌های ناویر و لوی اشاره نمود که بر اساس سری‌های فوریه (سینوس و کسینوس) یک صفحه مستطیلی را می‌توان تحلیل نمود [17-19]. اما برای شرایط مرزی مختلف می‌توان، از روش حداقل کردن انرژی (روش ریتز) استفاده کرد. جهت اطلاعات بیشتر از حل دقیق صفحات به منابع [16-18] مراجعه شود. جابجایی صفحات مستطیلی تحت بار گسترده بر اساس حل تحلیلی مطابق با رابطه زیر می‌تواند بیان گردد [19-20]:

$$w=\alpha\frac{qa^4}{D} \qquad (۱٤)$$

که در آن، ضریب α مقداری است که بر اساس حل دقیق صفحه محاسبه می‌شود [17-21] و a بعد صفحه در جهت x است. با استفاده از رابطه (۱۳) و رابطه (۱) تابع حالت حدی بهره‌برداری صفحه به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$g=\frac{a}{R}-\alpha\frac{qa^4}{D} \qquad (۱۵)$$

که در آن ضریب R عددی که کنترل کننده محدوده مجاز جابجایی می‌باشد. براساس آیین نامه‌های طراحی این ضریب عددی در حدود ۲٤۰ و ۳٦۰ می‌باشد [22]. تابع شرایط حدی فوق شامل ۷ متغیر تصادفی E، t، ν، α، a، q و R است. متغیر تصادفی α می‌تواند به عنوان عدم‌قطعیت در مدل‌سازی معرفی گردد. مشخصات آماری متغیرهای تصادفی پایه صفحه تحت بار گسترده در جدول (۱) لحاظ شده است.

جدول ۱ خواص توزیع احتمال متغیرهای تصادفی

متغیر	توزیع	میانگین	ضریب تغییرات
α	لوگ-نرمال	شرایط تکیه‌گاهی	۰/۰۵
طول (m)	نرمال	۵	۰/۱
بار (kg/m^2)	لوگ-نرمال	۸۰۰	۰/۱۲۵
مدول ارتجائی (kg/m^2)	نرمال	$۲/۱×۱۰^{۱۰}$	۰/۱
ضخامت(m)	نرمال	۰/۰۵	۰/۱
ضریب پواسن	لوگ-نرمال	۰/۳	۰/۰۵
ضریب کنترل R	نرمال	تعریف مسئله	۰/۱

جدول ۲ مقایسه ضریب α بر اساس نتایج عددی و حل دقیق (v=۰/۳)

شرایط مرزی	موقعیت	α	شرایط مرزی	موقعیت	α
CCSC	وسط	۰/۰۰۱۵۷[17]	CFCF	وسط	[21] ۰/۰۰۲۹۰٦
		۰/۰۰۱۵٦۸		لبه آزاد	۰/۰۰۲۹۰۱
SSSC	وسط	[17] ۰/۰۰۲۸	SSSF	وسط	[18] ۰/۰۱۲۸۵۲
		۰/۰۰۲۷۸۸		لبه آزاد	۰/۰۱۲۸٦۸
SFCF	وسط لبه آزاد	[21] ۰/۰۰۵۸۷٦	SCSF	وسط	[18] ۰/۰۱۱۲۳٦
		۰/۰۰۵۸٦۷		لبه آزاد	۰/۰۱۱۲۵٤

اعداد ضخیم مربوط به حل عددی اجزای محدود است

S ،C و F به ترتیب شرایط تکیه گاهی گیردار، ساده و آزاد می‌باشد

اعتبار سنجی تابع عملکرد

قبل از بررسی نتایج احتمال خرابی بایستی ضریب α محاسبه گردد. بدین منظور بر اساس تحلیل اجزای محدود نتایج صفحات با در نظر گرفتن المان چهار گره‌ای با ۱٦ درجه آزادی که هر نود شامل ٤ درجه آزادی (θ_x، θ_y، θ_{yx} و w) می‌باشد، انجام شده است. تحلیل اجزای محدود بر اساس برنامه‌ای به زبان متلب تدوین شده است. برخی از نتایج حل دقیق و اجزای محدود برای صفحات با شرایط تکیه گاهی متفاوت در جدول (۲) مقایسه شده است. نتایج، مقدار قابل قبولی از ضریب α را ارائه می‌دهد که بیشترین درصد اختلاف بین حل تحلیلی و عددی در حدود ۰/۱۵ درصد نتیجه شده که این اختلاف بسیار ناچیز می‌باشد. لذا تحلیل قابلیت اعتماد بر اساس معادله شرایط حدی (۱۵) با در نظر گرفتن ضریب α می‌تواند صحیح باشد.

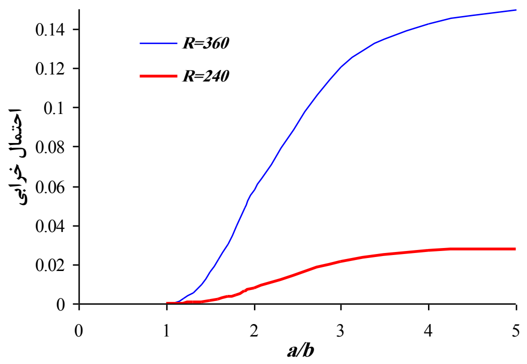
بررسی نتایج

ارزیابی احتمال خرابی صفحات مستطیلی شامل دو بخش است. بخش اول؛ مربوط به ارزیابی احتمال خرابی یک صفحه مستطیلی چهار طرف مفصل(SSSS) بوده که نتایج احتمال خرابی به ازای نسبت طول بزرگتر به کوچکتر(*a/b*)، با دو ضریب کنترل متفاوت (*R*) ۲٤۰ و ۳٦۰ مقایسه شده است. بخش دوم؛ احتمال خرابی صفحات با شرایط تکیه‌گاهی متفاوت تحت بار گسترده یکنواخت بررسی شده است.

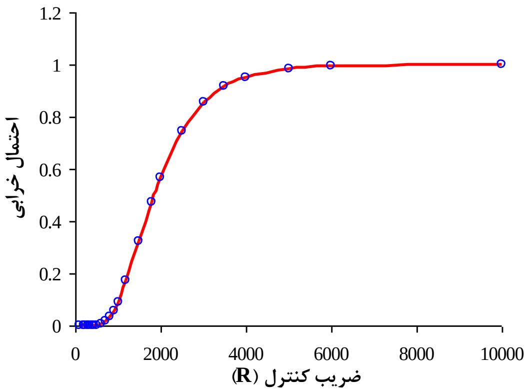
ارزیابی صفحه با تکیه‌گاه مفصلی (SSSS)

نتایج تحلیل پارامتری نسبت به ابعاد صفحه برای دو ضریب کنترل ۳٦۰ و ۲٤۰ مطابق شکل (٤) ارائه شده است. مشخص است که، احتمال خرابی صفحه برای نسبت ابعادی(*a/b*) کمتر از ۲، تحت ضریب کنترل ۲٤۰ ناچیز محاسبه شده ولی احتمال خرابی با افزایش نسبت ابعاد، افزایش یافته است. از اینرو، برای صفحه با رفتار یک طرفه (a/b >2)، افزایش احتمال خرابی را می‌توان نتیجه گرفت. با افزایش ضریب کنترل، احتمال خرابی یک صفحه مستطیلی افزایش یافته است. لذا، جهت کاهش احتمال خرابی در صفحات با قید جابجایی، بایستی تمهیدات ویژه‌ای از جمله افزایش ضخامت و یا مدول ارتجائی در نظر گرفته شود.

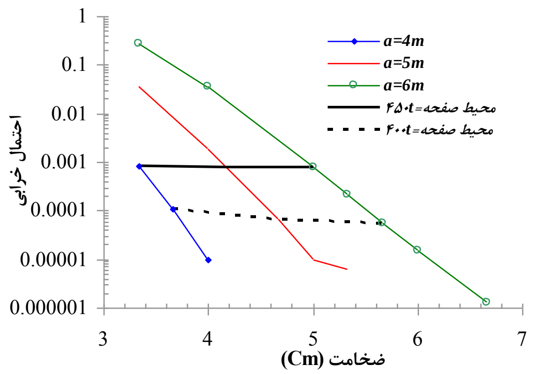
در شکل (۵) احتمال خرابی صفحه مربعی (a/b =1) با شرایط تکیه‌گاهی مفصلی نسبت به ضریب کنترل خیز (R) نشان داده شده است. مشخص است که، احتمال خرابی با افزایش ضریب کنترل به شدت افزایش می‌یابد. با توجه به ضریب کنترل کمتر از ۵۰۰ احتمال خرابی پایین (از مرتبه ۳-) محاسبه شده است.



شکل ٤ احتمال خرابی به ازای نسبت ابعاد مختلف



شکل ٥ احتمال خرابی صفحه با شرایط مفصلی نسبت به ضرایب کنترل مختلف



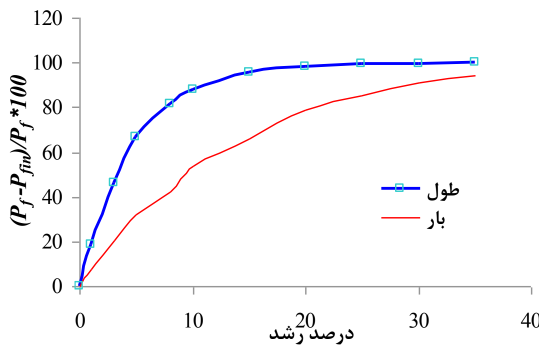
شکل ٦ احتمال خرابی نسبت به ضخامت و ابعاد مختلف

شکل (٦) احتمال خرابی سه صفحه مربعی با ابعاد ٤ و ٥ و ٦ متر را نسبت به ضخامت نشان می‌دهد. مشخص است که با افزایش ضخامت در سه صفحه احتمال خرابی کاهش یافته است. دو احتمال خرابی صفحات، که ضخامت آنها بر مبنای روابطه ٤٥٠/ (محیط صفحه) و ٤٠٠/ (محیط صفحه) تعیین شده‌اند که در شکل (٦) زسم گردیده است. احتمال خرابی تقریباً ثابتی برای دو حالت مذکور به ترتیب از مرتبه ۳- و ٤- حاصل شده است.

براساس تحلیل قابلیت اعتماد، نتایج حساسیت نسبت به درصد افزایش طول و بار یک صفحه مستطیلی با شرایط جدول (۱) در شکل (۷) ارائه شده است. در این شکل پارامتر افزایش به صورت:

$$\text{growth percent} = \frac{(X - X_{int})}{X} \times 100 \qquad (١٦)$$

تعریف می‌گردد که در آن X مقدار میانگین متغیر (بار یا طول) و X_{int} مقدار میانگین اولیه متغیر است. بر اساس شکل (۷) مشخص است که، درصد افزایش احتمال خرابی، تحت افزایش طول بیشتر از بار حاصل شده است. لذا، افزایش طول نسبت به افزایش بار، افزایش احتمال خرابی تاثیرگذارتری را نتیجه داده است.



شکل ۷ مقایسه آنالیز حساسیت خرابی نسبت به افزایش بار و طول صفحه

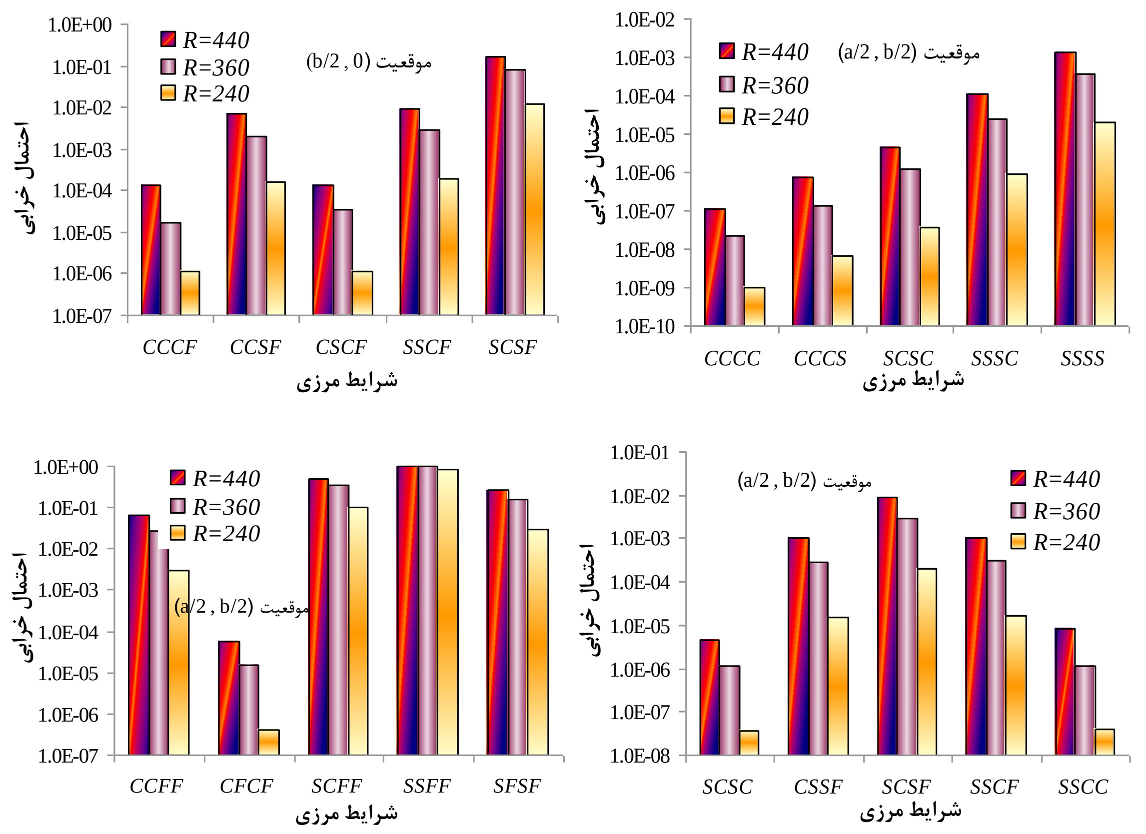
تأثیر شرایط تکیه گاهی بر احتمال خرابی صفحات

در این بخش نامگذاری صفحات با توجه به شکل (۳) ورق مستطیلی و شرایط تکیه‌گاهی لبه‌ها ۱ تا ٤ صورت می‌گیرد. به عنوان مثال برای صفحه‌ای که در امتداد ۱ گیردار(C) در امتداد ۲ مفصلی (S) و در امتداد سه آزاد

(F) و در امتداد چهارم گیردار(C) باشد به صورت اختصاری به شکل CSFC نامگذاری شده است.

بر اساس نامگذاری ارائه شده، تحت شرایط تکیه گاهی متفاوت، احتمال خرابی به ازای سه ضریب کنترل ٤٤٠، ٣٦٠ و ٢٤٠ محاسبه شده و نتایج در شکل (٨) نشان داده شده است. با توجه به شکل (٨) مشخص است که احتمال خرابی برای صفحات با شرایط تکیه‌گاهی یک طرف آزاد نسبت به انواع دیگر بسیار بزرگتر نتیجه شده است. به طوریکه، برای صفحه مربعی چهار طرف گیردار (CCCC) احتمال خرابی بر اساس ضریب کنترل ٣٦٠ از مرتبه ٨- بوده در حالی که برای صفحه با یک انتهای آزاد (CCFC) از مرتبه ٥- نتیجه شده است. نوع شرایط تکیه‌گاهی همانند مقاومت و ابعاد صفحه، به عنوان یک قید کنترل کننده در بهره برداری صفحات حائز اهمیت است.

شرایط و چیدمان تکیه‌گاه ها و نیز موقعیت تکیه‌گاه‌های گیردار بر احتمال خرابی تاثیرگذار می‌باشد. به طوریکه، احتمال خرابی صفحه با شرایط SSCC نسبت به صفحه SCSC بیشتر نتیجه شده که این اختلاف در حدود ٢٠ درصد می‌باشد. احتمال خرابی صفحه CCSF تحت ضریب کنترل ٣٦٠ در وسط لبه آزاد، از مرتبه ٣- نتیجه شده در حالیکه صفحه با شرایط تکیه گاهی CSCF از مرتبه ٥- محاسبه شده است. جهت دستیابی به حاشیه ایمنی مناسب، با توجه به نوع مساله و نیز شرایط بهره‌برداری، موقعیت تکیه‌گاهی گیرداری می‌تواند به شکل مفید در لبه‌های صفحه توزیع گردد. پیشنهاد می گردد، برای صفحات با یک انتهای آزاد، جهت دست‌یابی به احتمال خرابی ناچیز (از مرتبه ٣-) حداقل دو لبه انتهایی به صورت گیردار در نظر گرفته شود.



شکل ٨ مقایسه احتمال خرابی نسبت شرایط تکیه گاهی متفاوت

اثر تکیه‌گاهی برای صفحات با شرایط یک انتها آزاد کاملاً مشهود است. به طوریکه، برای صفحه SSCC احتمال خرابی برای ضریب کنترل ۳۶۰ در وسط دهانه از مرتبه ٦- نتیجه شده اما برای صفحه با شرایط تکیه‌گاهی SSCF احتمال خرابی از مرتبه ٤- حاصل شده است. پیشنهاد می گردد جهت افزایش خدمت پذیری، از اجرای صفحات با شرایط دو انتها آزاد اجتناب گردد.

خلاصه و نتیجه‌گیری

در این مقاله احتمال خرابی صفحات مستطیلی فلزی بر اساس مود خرابی خدمت پذیری ارزیابی شده است. از یک رویه تکرار محاسبه احتمال خرابی مبتنی بر طول گام دینامیکی متناهی که بر اساس قاعده Armijo و شرایط شیب بسط داده شده، استفاده شده است. اثر نسبت ابعاد، ضریب کنترل، بار و طول بر احتمال خرابی یک صفحه مستطیلی با شرایط تکیه‌گاهی چهارطرف مفصلی و تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر احتمال خرابی صفحات مستطیلی بررسی شده که به طور خلاصه نتایج زیر استناج گردیده است.

ارزیابی شده که نتایج زیر به طور خلاصه حاصل گردیده است.

۱. رفتار یک طرفه صفحات ($a/b>2$) موجب کاهش سطح قابلیت اعتماد آنها می‌گردد.

۲. احتمال خرابی با افزایش ضریب کنترل به شدت افزایش می‌یابد. ضریب کنترل کمتر از ۵۰۰ برای صفحات مربعی می‌تواند مناسب باشد.

۳. زوال عملکرد صفحه مستطیلی به متغیر طول حساستر از متغیر بار است.

٤. ضخامت صفحه را جهت بهره‌وری با عملکرد مناسب، خوب و عالی به ترتیب می‌توان به مقدار ٤٥٠/محیط صفحه، ٤٠٠/محیط صفحه و ۳۰۰/محیط صفحه محدود نمود.

۵. اثر قید تکیه‌گاه بر کاهش عملکرد صفحات با شرایط یک انتها آزاد کاملاً مشهود است. لذا، نوع شرایط تکیه‌گاهی می‌تواند به عنوان یک قید کنترل کننده در عملکرد یک صفحه لحاظ گردد.

٦. احتمال خرابی، برای صفحات با شرایط تکیه‌گاهی CSCS، SSCS، CCCC و CCCS در مقایسه با سایر صفحات مورد بررسی، کمتر نتیجه شده است. اجرای صفحات با شرایط دو انتها آزاد جایز نمی‌باشد.

۷. موقعیت تکیه گاه‌های گیردار بر احتمال خرابی صفحات تاثیر گذار است و جهت دستیابی به حاشیه ایمنی مناسب، توزیع شرایط تکیه‌گاهی گیرداری می‌تواند عملکرد خدمت پذیری صفحات را افزایش دهد.

مراجع

1. Zha, Y.G., Lu, Z.H., "Fourth-Moment Standardization for Structural Reliability Assessment", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 133, No. 7, pp. 916–924, (2007).
2. Keshtegar, B., Miri, M., "Introducing Conjugate Gradient Optimization for Modified HL-RF Method", *Engineering Computations*, Vol. 31, No. 4, pp. 775-790, (2014).
3. Rashki, M., Miri, M., Azhdary, M.M., "A Simulation-Based Method for Reliability Based Design Optimization Problems with Highly Nonlinear Constraints", *Automation in Construction*, Vol. 47, pp. 24–36, (2014).
4. Keshtegar, B., "Limited Conjugate Gradient Method for Structural Reliability Analysis", *Engineering with Computers*, doi:10.1007/s00366-016-0493-7, Vol. 33, No. 3, PP. 621–629, , (2016).
5. Keshtegar, B., "Chaotic Conjugate Stability Transformation Method for Structural Reliability

Analysis", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 310, pp. 866-885, (2016).

6. Santosh, T.V., Saraf, R.K., Ghosh, A.K., Kushwaha, H.S., "Optimum Step Length Selection Rule in Modified HL-RF Method for Structural Reliability", *International Journal of Press Vessels Piping*, Vol. 83, pp. 742–748. (2006).
7. Keshtegar, B., Miri, M., "An Enhanced HL-RF Method for the Computation of Structural Failure Probability Based on Relaxed Approach", *Civil Engineering Infrastructures*, Vol. 1, No. 1, pp. 69-80, (2013).

٨. کشته گر، ب.. میری، م.. شابختی، ن.، "ارائه الگوریتمی اصلاحی برای روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی به منظـور محاسـبه شـاخص قابلیت اعتماد سازه‌ها"، نشریه مهندسی عمران فردوسی، سال بیست و چهارم، ش. دو، ص. ٢٧-٤٠، ١٣٩٢.

9. Meng, Z., Li, G., Yang, D., Zhan, L., "A New Directional Stability Transformation Method of Chaos Control for First Order Reliability analysis", *Struct. Multidiscipl. Optim*, Vol. 55, No. 3, PP. 601–612, (2017).

١٠. کشته گر، ب.، میری، م.، "ارائه روشی جدید برای ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها"، مجله مدلسازی در مهندسی، سال ١٢، شماره ٣٦، ص ٢٩-٤٢، ١٣٩٣.

11. Keshtegar, B., "Stability Iterative Method for Structural Reliability Analysis Using a Chaotic Conjugate Map", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 84, No. 4, pp. 2161-2174, (2016).
12. Liu, P.L., Der Kiureghian, A., "Optimization Algorithms for Structural Reliability", *Structural Safety*, Vol. 9, No. 3, pp. 161-178, (1991).
13. Yang, D., "Chaos Control for Numerical Instability of First Order Reliability Method", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 5, No. 10, pp. 3131-3141, (2010).
14. Gong, J.X., Yi, P., "A Robust Iterative Algorithm for Structural Reliability Analysis", *Structural and Multidisciplinary Optimizatio*n, Vol. 43, No. 4, pp. 519–527, (2011).
15. Armijo, L., "Minimization of Functions Having Lipschits Continuous Partial Derivatives", *Pac. J Math.*, Vol. 16, pp. 1-3, (1966).
16. Szilard, R., "Theories and Applications of Plate Analysis, Classical, Numerical and Engineering Methods", John Wiley & Sons Inc, (2004).
17. Timoshenko, S., Krieger, S., "Theory of Plates and Shells". Tokyo: McGraw-Hill, (1959).
18. Hutchinson, J. R., "On the Bending of Rectangular Plates with Two Opposite Edges Simply Supported", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 59, No. 3, pp. 679–81, (1992).
19. Bhaskar K., Kaushik B., "Simple and Exact Series Solutions for Flexure of Orthotropic Rectangular Plates with any Combination of Clamped and Simply Supported Edges", *Composite Structures*, Vol. 63, No. 1, pp. 63–8, (2004).
20. Umasree P., Bhaskar K., "Accurate Flexural Analysis of Clamped Moderately Thick Cross-Ply Rectangular Plates by Superposition of Exact nn-Truncated Infinite Series Solutions", *Journal of*

Reinforced Plastics and Composites, Vol. 24, No. 16, pp. 1723–36, (2005).

21. Bhaskar K., Sivaram, A., "Un Truncated Infinite Series Superposition Method for Accurate Flexural Analysis of Isotropic/Orthotropic Rectangular Plates with Arbitrary Edge Conditions", Composite Structures, Vol. 83, pp. 83–92, (2008).
22. Thompson, D. P., Scanlon, A., "Minimum Thickness Requirement for Control of Two Way Slab Deflection", *ACI Structural journal*, Vol. 85, pp. 12-22, (1988).